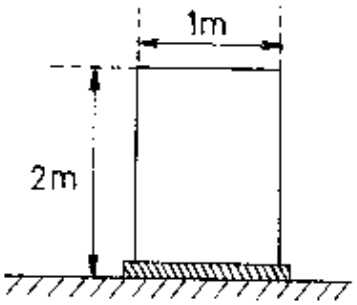
3.63. Egy teherautó rakfelületén 1 m alapélhosszúságú, 2 m magas, homogén tömegeloszlású, négyzetes oszlop alakú láda áll. A láda alapélei párhuzamosak a teherautó megfelelő oldalaival, és a ládát minden oldalról biztosították elcsúszás ellen a teherautó rakfelületéhez rögzített, vékony lécekkel.

a) Mekkora lehet a teherautó maximális gyorsulása, amelynél a láda még éppen nem dől fel?

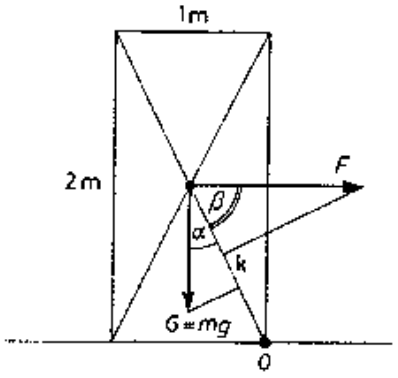
b) A maximális gyorsulás nagysága alapján ítéljük meg, hogy feldőlhet-e a láda a teherautó indulásakor?

c) Feldőlhet-e a láda, ha a teherautó 20 m sugarú körpályán kanyarodik?



Megoldás:

3.63. $l = 1$ m; $h = 2$ m

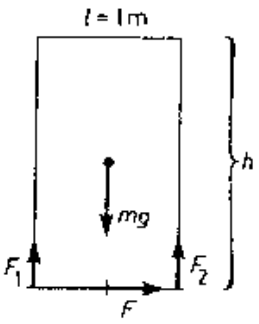


a) A mozgást a gépkocsihoz rögzített gyorsuló vonatkoztatási rendszerben értelmezzük:

Annak a feltetéle, hogy a láda ne dőljön fel: $M_G \geq M_F$, ahol $M_G = G \cdot k \cdot \sin\alpha$ és $M_F = F \cdot k \cdot \sin\beta = F \cdot k \cdot \sin(90° - \alpha) = F \cdot k \cdot \cos\alpha$, $F = m \cdot a$, $G \cdot k \cdot \sin\alpha \geq F \cdot k \cdot \cos\alpha$, ebből: $\underline{\underline{a \leq g \cdot \operatorname{tg}\alpha = g \cdot 0{,}5 = 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$

Ha az autó és vele együtt a láda gyorsulása $\leq 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, akkor nem dől fel a láda.

A mozgást inerciarendszerben leírva:



Inerciarendszerben a számításba vehető erők: a nehézségi erő, amelynek támadáspontját a láda tömegközéppontjában képzelhetjük el, és a gépkocsi platója által a ládára gyakorolt erő, amely az alátámasztási felület egészén érvényesül. A felületi erővel történő számolás bonyodalmait elkerülendő, tételezzük fel, hogy a láda négy sarkán négy láb van. Így a gépkocsi platója által gyakorolt erő négy pontban támad. Egyenes vonalú mozgásnál a platό által a hátul lévő két lábra gyakorolt erő függőleges komponense ugyanakkora, ezek eredőjét jelölje F_1. Hasonlóan az elöl lévő két lábra ható két erő függőleges komponensének eredője F_2. Jelölje F a platό által a lábakra gyakorolt erők vízszintes komponenseinek eredőjét. Ha a láda billenés nélkül vízszintes irányban gyorsul, akkor a mozgásegyenletek:

$F = m \cdot a$; $F_1 + F_2 - m \cdot g = 0$.

m a láda tömege, **a** pedig a láda tömegközéppontjának, illetve a gépkocsinak a gyorsulása. Mivel nincs szöggyorsulás, a tömegközéppontra vonatkozó forgatónyomatékok algebrai összege 0: $F\frac{h}{2} + F_2\frac{l}{2} - F_1\frac{l}{2} = 0$ (l a láda hossza)

A három egyenletből: $m \cdot a \cdot h = (m \cdot g - 2F_2) \cdot l$

Ha $a = 0$, akkor $F_2 = m\frac{g}{2}$; ha **a** növekszik, F_2-nek csökkennie kell. **a** akkor maximális, ha $F_2 = 0$ (F_2 nem lehet negatív.) Ekkor $a_{\max} = g\frac{l}{h} = 5\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

b) A tehergépkocsik nem indulhatnak ekkora gyorsulással, hiszen a legtöbb személyautó sem képes erre.

Álló helyzetből 5,6 s alatt gyorsulna fel 100 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ra!

c) $r = 20$ m; $a_{cp} = \frac{v^2}{r} \leq \frac{g}{2}$; $v_k \leq \sqrt{\frac{r \cdot g}{2}}$; $\underline{\underline{v_k \leq 10\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$ esetén nem dől fel a láda.